

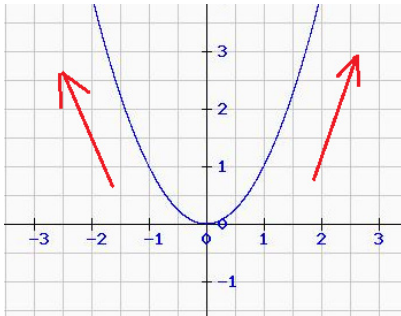
Beispiele für Grenzwerte

Polynome bzw. Potenzfunktionen

Fall 1: Größter Exponent von x gerade und Vorfaktor positiv

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \infty \quad (\text{beispielsweise ist } (-100)^2 = 10000)$$



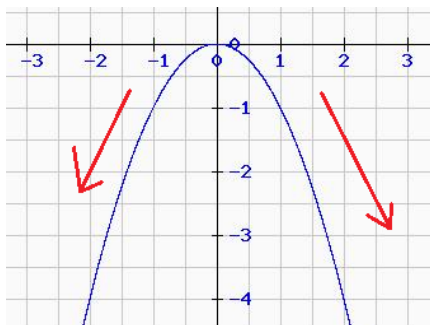
Fall 2: Größter Exponent von x gerade und Vorfaktor negativ

$$\lim_{x \rightarrow \infty} -x^2 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -x^2 = -\infty$$

$$-(-100)^2 = -10000$$

$-x^2$ ist immer negativ (außer 0 für $x = 0$)



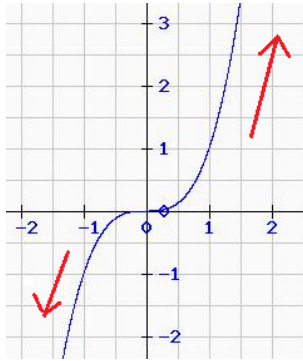
Fall 3: Größter Exponent von x ungerade und Vorfaktor positiv

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

$$(-100)^3 = -1000000$$

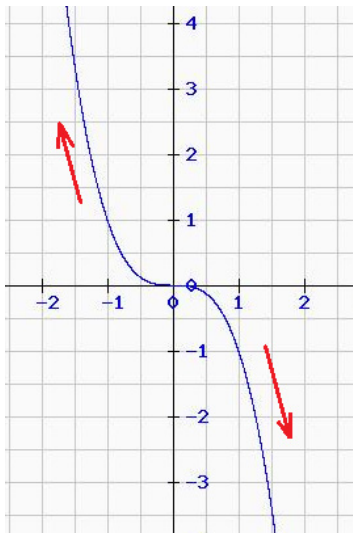
Negative Zahlen noch 3, 5, ... sind negativ!



Fall 4: Größter Exponent von x ungerade und Vorfaktor negativ

$$\lim_{x \rightarrow \infty} -x^3 = -\infty$$

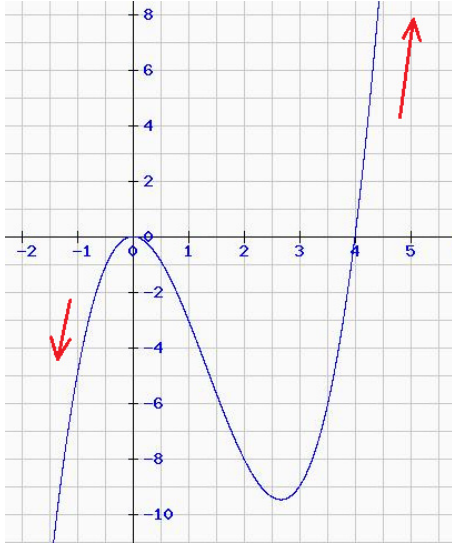
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 = \infty \quad (\text{z.B. ist auch } -(-10)^3 = -(-1000) = 1000)$$



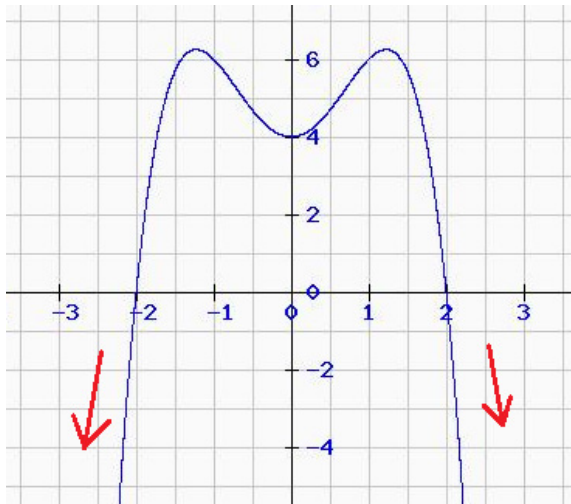
Weitere Beispiele:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 - 4x^2 = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 - 4x^2 = -\infty \quad (\text{die gr\u00f6\u00dftre } x\text{-Potenz entscheidet \u00fcber das Grenzwertverhalten, hier } x^3, \text{ Fall 3})$$



$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} -x^4 + 3x^2 + 4 = -\infty \quad (\text{Fall 2})$$

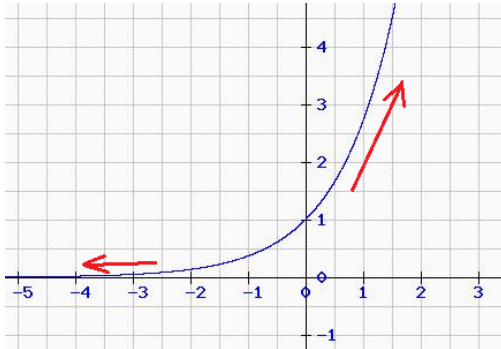


Exponentialfunktionen

Beispiel 1:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \infty$$

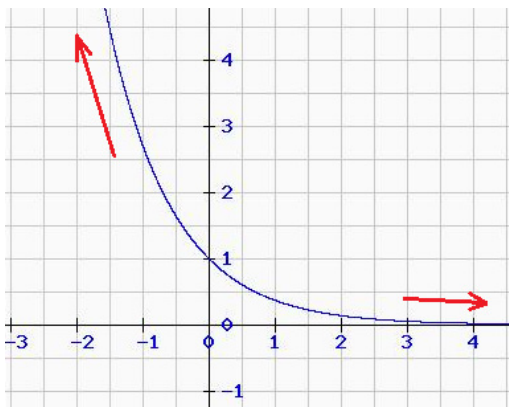
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$



Beispiel 2:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} = 0$$

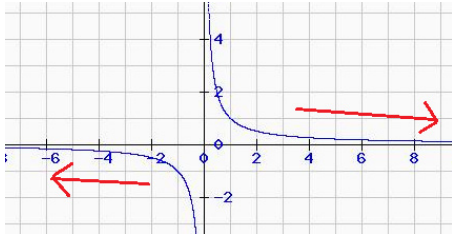
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = \infty$$



Gebrochenrationale Funktionen

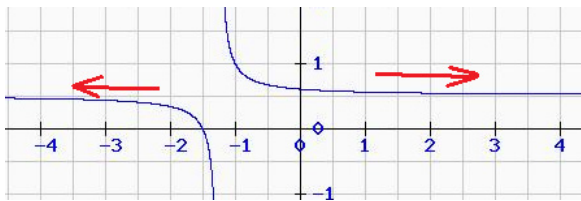
Beispiel 1 (Grad im Nenner ist größer als im Zähler):

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0$$



Beispiel 2 (Grad im Nenner ist gleich dem im Zähler):

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x + 3}{4x + 5} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



Weitere Beispiele

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 - 2x + 3 = \infty \quad (\text{Fall 1})$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - 2x + 3 = \infty \quad (\text{Fall 1})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 - 4x^2 + 2 = \infty \quad (\text{Fall 3})$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 - 4x^2 + 2 = \infty \quad (\text{Fall 3})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} -x^4 + 3x^3 + x + 2 = -\infty \quad (\text{Fall 2})$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -x^4 - 3x^3 - x + 2 = -\infty \quad (\text{Fall 2})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} -x^3 + 9x = -\infty \quad (\text{Fall 4})$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 + 9x = +\infty \quad (\text{Fall 4})$$

Für $a > 0$: $\lim_{x \rightarrow -\infty} ax^4 + bx^2 = \infty$ (Fall 1)

Für $a < 0$: $\lim_{x \rightarrow -\infty} ax^4 + bx^2 = -\infty$ (Fall 2)

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^2} = 0$ (Polynom mit größerem Grad im Nenner)

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+3}{5x+4} = \frac{2}{5}$ (Grad im Nenner = Grad im Zähler)

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2+2x}{x+5} = -\infty$ (verhält sich wie $\frac{-x^2}{x} = -x$)

$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x = 0$ (beispielsweise ist $2^{-10} = 1/2^{10}$, $2^{-100} = 1/2^{100}$, ...)

$\lim_{x \rightarrow \infty} 0,5^x = 0$ (beispielsweise ist $0,5^{10} = 0,5 \cdot 0,5 \dots$)

$\lim_{x \rightarrow -\infty} 0,5^x = \infty$ (beispielsweise ist $0,5^{-10} = 1/0,5^{10} = 1/0,000000\dots$)