Aufgaben zur Integralrechnung

Gesucht wird eine Stammfunktion von folgenden Funktionen:

a) $f(x) = x^2 + 4$

b) $f(x) = 6x^3 – 8x^2 + 3x +7$

c) $f(x) = 1/5x^3 – 3/4x^2 + 1/7x - 2$

d) $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx + d$

e) $f(x) = 2\sqrt{x}$

f) $f(x) = \frac{6}{x^3}$

g) $f(x) = \frac{4}{7x^2}$

h) $f(x) = \frac{7}{\sqrt[4]{x}}$

i) $f(x) = x^3 + \frac{2}{x^2}$

j) $f(x) = (2x + 5)^3$

k) $f(x) = \frac{4}{\sqrt{5x+2}}$

Tipps:

1) Es gilt für $f(x) = x^n$ $(n \neq - 1)$:

$F(x) = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$ ist eine Stammfunktion.

$F(x) = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$ sind alle Stammfunktionen.

2) $1/x^n = x^{-n}$

3) $\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$

Lösung:

a) $F(x) = 1/3x^3 + 4x$

b) $F(x) = 6/4x^4 - 8/3x^3 + 3/2x^2 + 7x = 3/2x^4 - 8/3x^3 + 3/2x^2 + 7x$

c) $F(x) = 1/5\cdot 1/4\cdot x^4 - 3/4\cdot 1/3\cdot x^3 + 1/7\cdot 1/2\cdot x^2 -2\cdot x = 1/20x^4 - 1/4x^3 +1/14x^2 - 2x$

d) $F(x) = 1/6\cdot ax^6 + 1/4\cdot bx^4 + 1/2\cdot cx^2 + dx$ $(1/6\cdot ax^6 = a/6\cdot x^6)$

e) $f(x) = 2x^{1/2} \Rightarrow F(x) = 2/(1/2+1) \cdot x^{1/2+1} = 4/3\cdot x^{3/2}$

f) $f(x) = \frac{6}{x^3} = 6\cdot x^{-3} \Rightarrow F(x) = \frac{6}{-3+1} x^{-3+1} = -3x^{-2}$

g) $f(x) = \frac{4}{7x^2} = 4/7\cdot x^{-2} \Rightarrow F(x) = 4/7 \cdot \frac{1}{-2+1} \cdot x^{-2+1} = -4/7\cdot x^{-1}$ (oder $F(x) = -\frac{4}{7x}$)

h) $f(x) = \frac{7}{\sqrt[4]{x}} = \frac{7}{x^{1/4}} = 7\cdot x^{-1/4} \Rightarrow F(x) = 7 \cdot 1/(-1/4+1)\cdot x^{3/4} = 7 \cdot 4/3x^{3/4} = 28/3x^{3/4}$

i) $f(x) = x^3 + 2/x^2 = x^3 + 2x^{-2} \Rightarrow F(x) = 1/4\cdot x^4 +2/(-2+1)\cdot x^{-2+1} = 1/4\cdot x^4 -2x^{-1}$ (oder $F(x) = 1/4\cdot x^4 - 2/x$)

j) $f(x) = (ax+b)^n \Rightarrow F(x) = 1/a \cdot 1/(n+1) \cdot (ax+b)^{n+1} = \frac{1}{a\cdot(n+1)} \cdot (ax+b)^{n+1}$

k) $f(x) = \frac{4}{\sqrt{5x+2}} = \frac{4}{(5x+2)^{1/2}} = 4 \cdot (5x+2)^{-1/2}$

$\Rightarrow F(x) = 4 \cdot 1/5 \cdot \frac{1}{-1/2+1} (5x + 2)^{-1/2+1} = 4\cdot 1/5 \cdot 2/1 \cdot (5x+2)^{-1/2} = 8/5 \cdot (5x +2)^{1/2}$

(oder $F(x) = 8/5 \cdot \sqrt{5x + 2}$)