Geraden

1) Erstelle eine Wertetabelle für x = -5, -4, …, 5 ($-5 \leq x \leq 5$):

a) $y = 2x - 4$

b) $y = -x + 5$

c) $y = 1/2x + 2$

2) Wie lautet die fehlende Komponente des Punktes P, der auf der Geraden mit der Gleichung $y = 2x + 4$ liegt?

a) P(5; __)   b) P(-3;__)   c) P(-1/2;__)
d) P(__;8)   e) P(__;-10)   f) P(__;5/2) = P(__; 2,5)

3) Welcher Punkt liegt auf der Gerade mit der Gleichung $y = -2x + 6$?

P_1 (3; 0); P_2 (5; 4); P_3 (-2; 10); P_4 (1/2; 5); P_5 (0; 7)

4) Die Geraden mit der Gleichung

a) $y = mx + 4$

b) $y = 3x + b$

gehen durch den Punkt (8; 20). Wie lautet m bzw. b?

5) a) Gesucht wird die Geradengleichung der Geraden mit der Steigung m = 2, die durch P(-4; 0) geht.

b) Gesucht wird die Gleichung der Geraden, die durch die Punkte P(4; 8) und P(6;4) geht.

c) Zeichne die folgenden Geraden in ein Koordinatensystem:

i) $y = 2x - 3$

ii) $y = -4x + 2$

iii) $y = 2x$

iv) $y = -x + 5$

v) $y = 3/2x + 1$

Lösung:

1) a)

x	f(x)
-5	-14
-4	-12
-3	-10
-2	-8
-1	-6
0	-4
1	-2
2	0
3	2
4	4
5	6

b)

x	f(x)
-5	10
-4	9
-3	8
-2	7
-1	6
0	5
1	4
2	3
3	2
4	1
5	0

c)

x	f(x)
-5	-0,5
-4	0
-3	0,5
-2	1
-1	1,5
0	2
1	2,5
2	3
3	3,5
4	4
5	4,5

2)a) $x = 5$

$y = 2 \cdot 5 + 4 = 14$ (in Funktionsgleichung einsetzen)

$P(5; 14)$

b) $x = -3$

$y = 2 \cdot (-3) + 4 = -2$

$P(-3; -2)$

c) $x = -\frac{1}{2}$

$y = 2 \cdot (-\frac{1}{2}) + 4 = -1 + 4 = 3$

$P(-\frac{1}{2}; 3)$

d) $y = 8$

$8 = 2x + 4 \quad |-4$

$4 = 2x \quad |:2$

$x = 2$

$P(2; 8)$

e) $y = -10$

$-10 = 2x + 4 \quad |-4$

$-14 = 2x \quad |:2$

$x = -7$

$P(-7; -10)$

f) $y = \frac{5}{2}$

$\frac{5}{2} = 2x + 4 \quad |-4$

$-\frac{3}{2} = 2x \quad |:2 \text{ oder } \cdot \frac{1}{2}$

$x = -\frac{3}{4}$

$P(-\frac{3}{4};\ \frac{5}{2})$

3) Der x-Wert des Punkt wird jeweils in die Geradengleichung eingesetzt und geprüft, ob sich der richtige y-Wert ergibt:

$P_1\,(3; 0)$

$x = 3 \Rightarrow \quad y = -2\cdot 3 + 6$

$= -6 + 6$

$= 0$ $\quad P_1$ liegt auf der Geraden.

$P_2\,(5; 4)$

$x = 5 \Rightarrow \quad y = -2\cdot 5 + 6$

$= -4$ $\quad P_2$ liegt nicht auf der Geraden.

$P_3\,(-2; 10)$

$x = -2 \Rightarrow \quad y = -2\cdot(-2) + 6$

$= 10$ $\quad P_3$ liegt auf der Geraden.

$P_4\,(\frac{1}{2};\ 5)$

$x = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad y = -2\cdot \frac{1}{2} + 6$

$= 5$ $\quad P_4$ liegt auf der Geraden.

P_5 (0; 7)

$x = 0 \Rightarrow \quad y = -2 \cdot 0 + 6$

$= 6 \qquad P_5$ liegt nicht auf der Geraden.

4) P(8; 20) in Geradengleichung einsetzen (x = 8; y = 20)

a) $20 = m \cdot 8 + 4 \qquad | -4$

$16 = 8m \qquad | :8$

$m = 2$

$y = 2x + 4$

b) $20 = 3 \cdot 8 + b$

$20 = 24 + b \qquad | -24$

$b = -4$

$y = 3x - 4$

5)a) Die Geradengleichung ist allgemein:

$y = mx + b$

Es gilt m = 2 und P(-4; 0). Wir können m einsetzen:

$y = 2x + b$

Nun muss man nur noch P einsetzen (d.h. x = -4 und y = 0) und b berechnen:

$0 = 2 \cdot (-4) + b$

$0 = -8 + b \qquad |+8$

$b = 8$

$y = 2x + 8$

b) Gegeben sind die Punkte P(4; 8) und Q(6; 4). Wir zeigen zwei Lösungsmöglichkeiten.

1. Möglichkeit:

$y = mx + b$

Wir setzen jeden Punkt ein:

(1) $8 = 4m+b$

(2) $4 = 6m+b$

Wir können (2) von (1) subtrahieren, damit b entfällt:

(1) – (2) $4 = -2m \quad | :(-2)$

$m = -2$

$m = -2$ können wir in (1) oder (2) einsetzen. Wir setzen in (1) ein:

$8 = 4\cdot(-2) + b$

$8 = -8 + b \quad | +8$

$b = 16$

Also haben wir die Gleichung gefunden:

$y = -2x + 16$

2. Möglichkeit:

Für die Steigung gibt es eine Formel:

Eine Gerade durch den Punkt $P(x_1;\ y_1)$ und $Q(x_2;\ y_2)$

hat die Steigung $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$.

Hier gilt: $x_1 = 4$; $y_1 = 8$; $x_2 = 6$; $y_2 = 4$

$m = \frac{4-8}{6-4} = \frac{-4}{2} = -2$

Damit haben wir einen Teil der Geradengleichung bestimmt:

$y = -2x + b$

Jetzt setzen wir P(4; 8) (oder auch Q) ein:

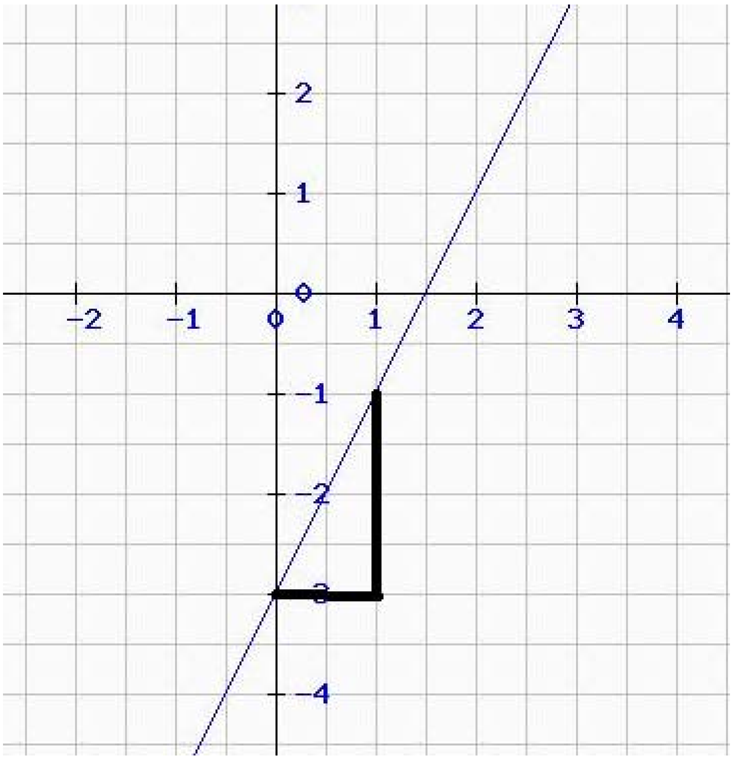
$8 = -2\cdot 4 + b$

$8 = -8 + b \quad | +8$

$b = 16$

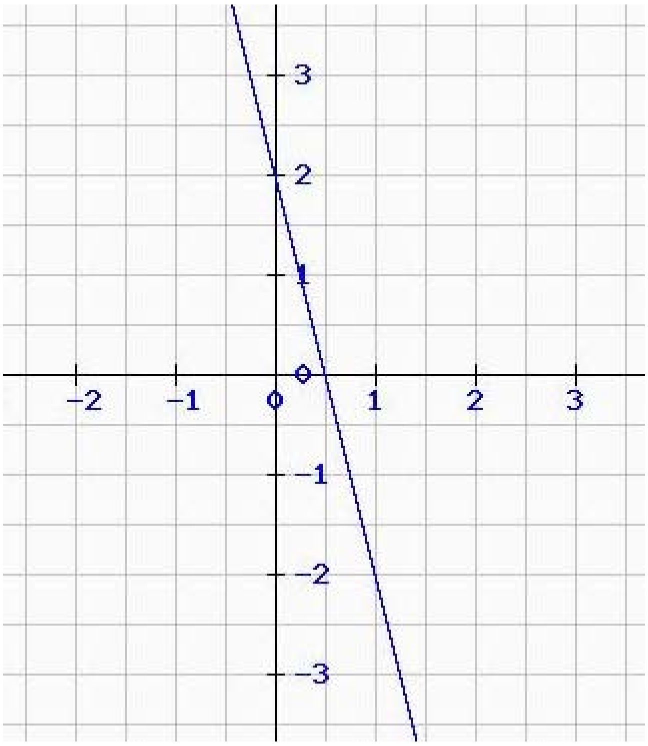
c) Zeichne die folgenden Geraden in ein Koordinatensystem:

i) $y = 2x - 3$



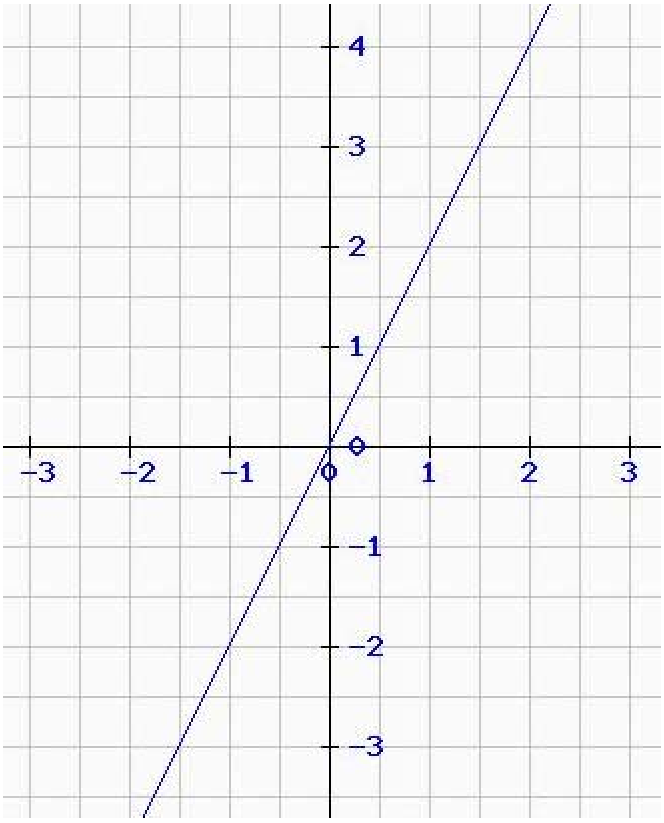
Man beginnt bei -3 auf der y-Achse. Die Steigung ist 2. Also 1 nach rechts und 2 hoch, so ergibt sich das Steigungsdreieck (gehört nicht zur Geraden, ist nur eine Hilfe beim einzeichnen).

ii) y= -4x + 2

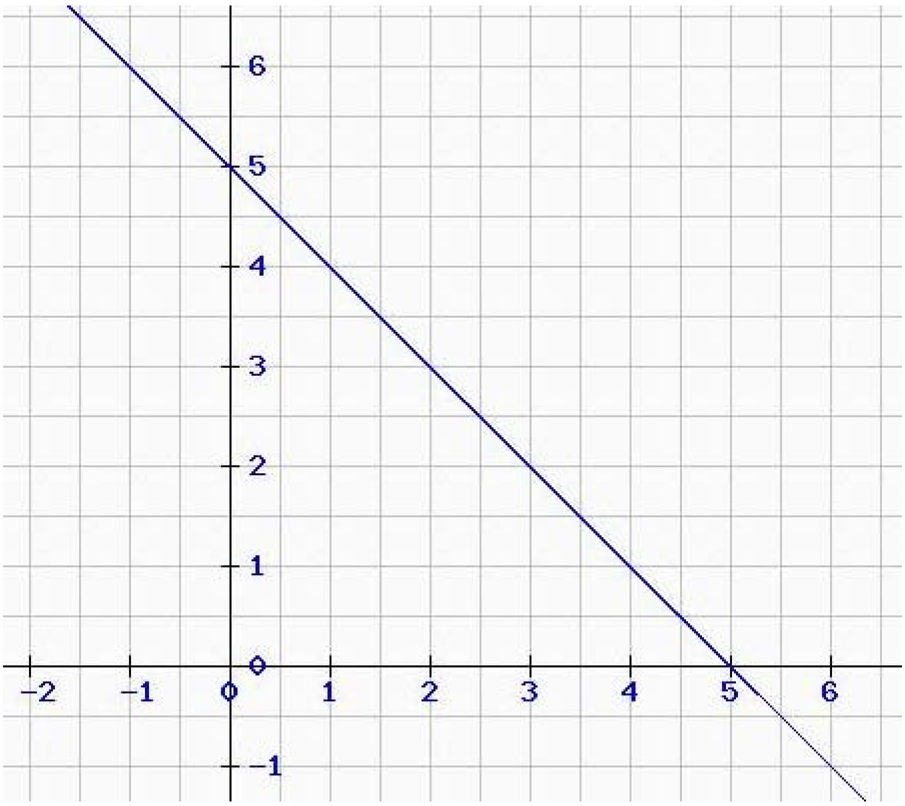


Steigung ist hier -4, also 4 nach unten.

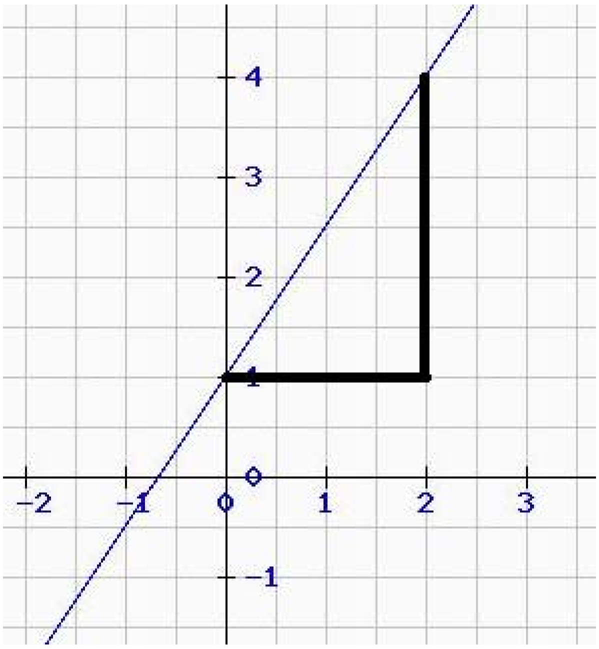
iii) $y = 2x$



iv) $y = -x + 5$



v) y = 3/2x + 1



Ist die Steigung ein Bruch, kann man den Nenner nach rechts und den Zähler nach oben (bei negativer Steigung nach unten) gehen. Oder wenn der Bruch, wie oben, 1,5 ergibt (3:2), dann könnte man auch 1 nach rechts und 1,5 nach oben gehen. Würde die Steigung aber 2/3 betragen, wäre dies nicht zu raten, denn 2/3 = 1,66666666…. = $1,\overline{6}$. Hier sollte man 3 nach rechts und 2 nach oben gehen.

Weitere Übungen zum einzeichnen von Geraden kann man hier machen:

http://mathe-total.de/Test-Geraden

Übungen zur Berechnung des Schnittpunktes findet man hier:

http://mathe-total.de/Mathetest-Gleichung