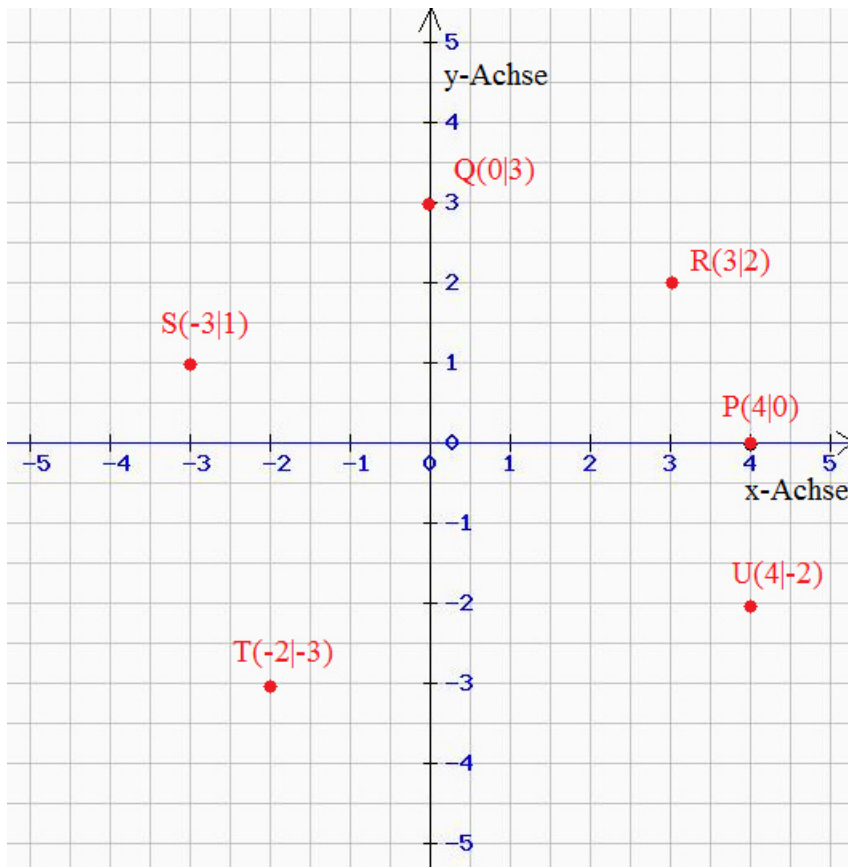


Grundlagen zu Geraden

Punkte in ein **Koordinatensystem** einzeichnen:



Bei einem Punkt $P(x | y)$ wird die erste Komponente (die erste Zahl in der Klammer) auf der x-Achse abgetragen und die zweite Komponente auf der y-Achse. Die x-Achse ist die waagrechte Achse. Z.B. liegt der Punkt $P(4|0)$ auf der x-Achse und der Punkt $Q(0|3)$ auf der y-Achse.

Kommen wir zu einem **Anwendungsbeispiel für Geraden**:

1 Liter Saft kostet 2€

Damit ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen einer Menge an Saft in Litern und dem Preis in Euro (wir schreiben die Gleichung ohne Einheiten):

$$\text{Preis} = 2 \cdot (\text{Menge in Liter})$$

Sei nun x die Menge in Litern und y der Preis in Euro, dann ergibt sich folgende Gleichung:

$$y = 2x$$

Zeichnet man die Punkte $(x|y)$ in ein Koordinatensystem, die die obere Gleichung erfüllen, dann erhält man eine Gerade durch den Ursprung des Koordinatensystems (dem Punkt $O(0|0)$).

Wir erstellen eine Wertetabelle für $x = 0, 1, 2, 3$:

x	0	1	2	3
y	0	2	4	6

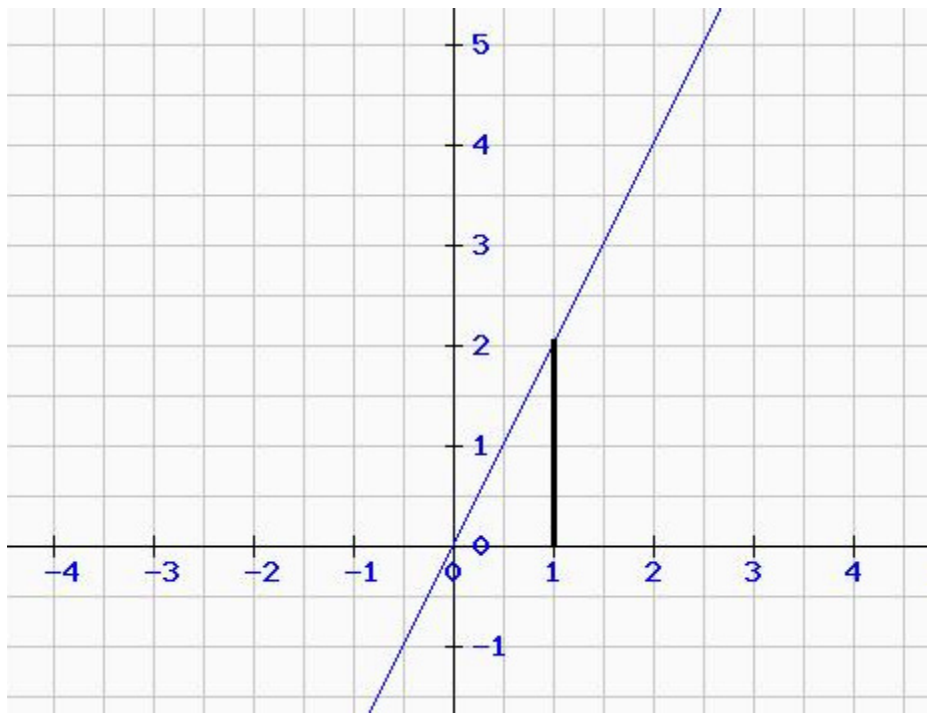
Wenn $x = 0$ ist, dann ist $y = 2 \cdot 0 = 0$. Wenn $x = 1$ ist, dann ist $y = 2 \cdot 1 = 2$. So ergab sich die obere Tabelle. Der Wert vor x ist die Steigung (bei einer Gleichung $y = m \cdot x$ wäre m die Steigung). An der Steigung erkennt man, wie y ansteigt, wenn x um 1 erhöht wird. D.h. bei der Gleichung $y = 2x$ sieht man, dass y um 2 vergrößert wird, wenn x um 1 vergrößert wird.

Schema:

x	0	1	2	3
y	0	2	4	6

$\overset{+1}{\text{---}}$ $\overset{+1}{\text{---}}$ $\overset{+1}{\text{---}}$
 $\underset{+2}{\text{---}}$ $\underset{+2}{\text{---}}$ $\underset{+2}{\text{---}}$

Zeichnet man zwei Punkte ein, dann kann man diese verbinden und man erhält den Graph:

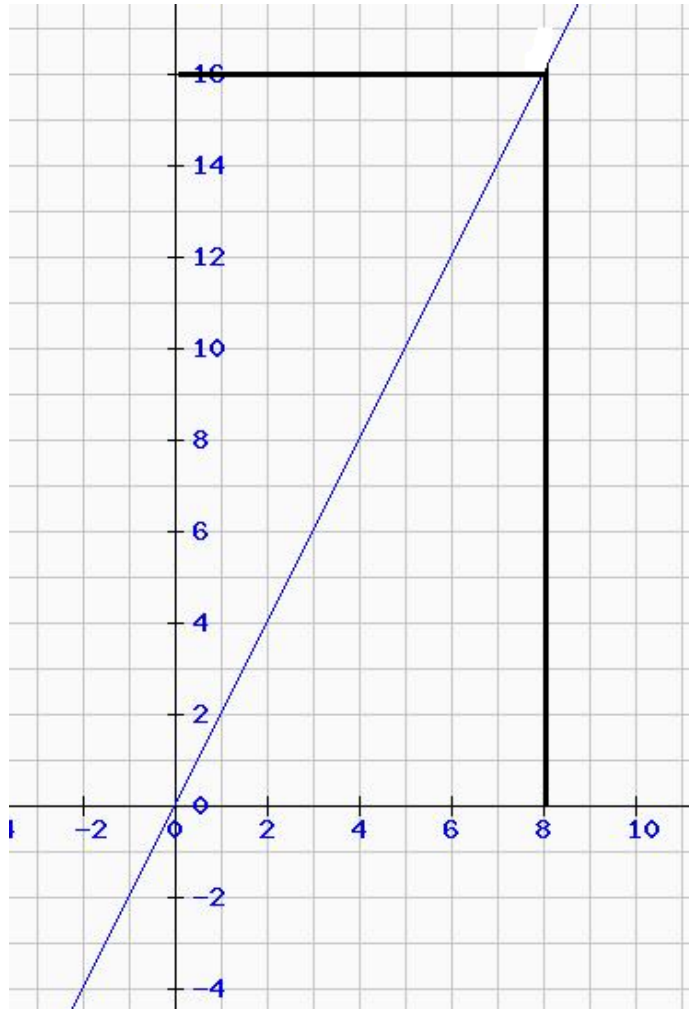


In unserem Beispiel waren (siehe Wertetabelle) $P(0|0)$, $Q(1|2)$, $R(2|4)$ und $S(3|6)$ Punkte auf der Geraden. Man kann aber die Gerade auch über ein sogenanntes Steigungsdreieck einzeichnen. Da die Gerade durch den Ursprung geht (wie alle Geraden mit der Gleichung $y = m \cdot x$) kann man einfach ein Steigungsdreieck einzeichnen. D.h. man geht vom Punkt $(0|0)$ eine Einheit nach rechts und 2 Einheiten (da die Steigung im Beispiel $m = 2$ ist) nach oben.

Nun kauft jemand 8 Liter des Saftes. Gesucht wird der Preis. Diesen könnte man mit der Gerade ablesen, oder man berechnet ihn, indem man für x die Zahl 8 einsetzt:

$$x = 8 \Rightarrow y = 2 \cdot x = 2 \cdot 8 = 16$$

Also kosten 8 Liter 16 €



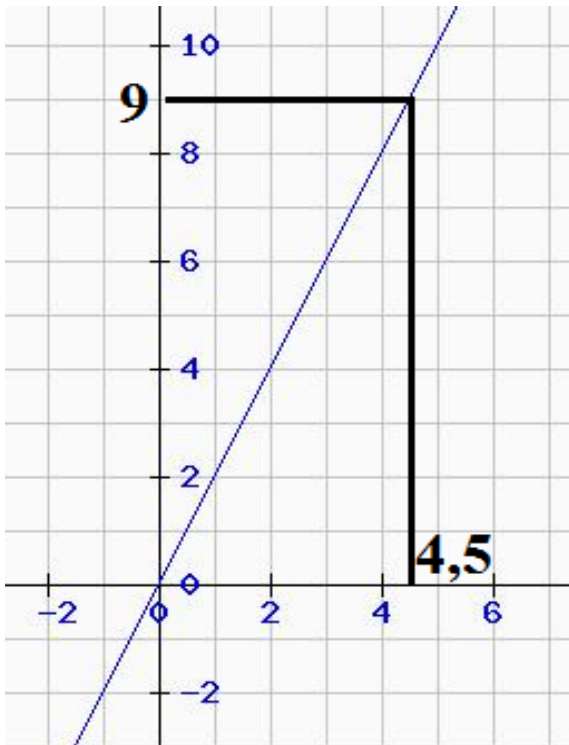
Man kann auch umgekehrt über den Preis die Menge an Saft berechnen: Jenny hat 9€ bezahlt. Wie viele Liter hat sie gekauft?

$y = 9$ in $y = 2x$ einsetzen

$$9 = 2x \quad |:2$$

$$4,5 = x$$

Also muss sie 4,5 Liter gekauft haben. Diese kann man aber auch unten ablesen:



Geraden mit den Gleichungen

$$y = mx$$

beschreiben proportionale Zuordnungen.

Die allgemeine Form einer Geradengleichung ist:

$$y = m \cdot x + b$$

Man schreibt auch:

$$f(x) = m \cdot x + b$$

Ein weiteres Beispiel:

Ein Taxi kostet 5€ Grundgebühr und 2€ pro gefahrenen Kilometer.

x = gefahrene Kilometer

y = Preis in €

Wir erhalten die Gleichung $y = 2x + 5$.

Jemand fährt 7 km. Wie hoch ist der Preis?

$$x = 7 \Rightarrow y = 2 \cdot 7 + 5 = 14 + 5 = 19$$

Also kostet die Fahrt (für 7 km) 19€

Eine andere Person hat 31€ bezahlt. Wie weit ist sie gefahren?

$y = 31$. Wir setzen in die Geradengleichung $y = 2x + 5$ ein:

$$31 = 2x + 5 \quad | -5$$

$$26 = 2x \quad | :2$$

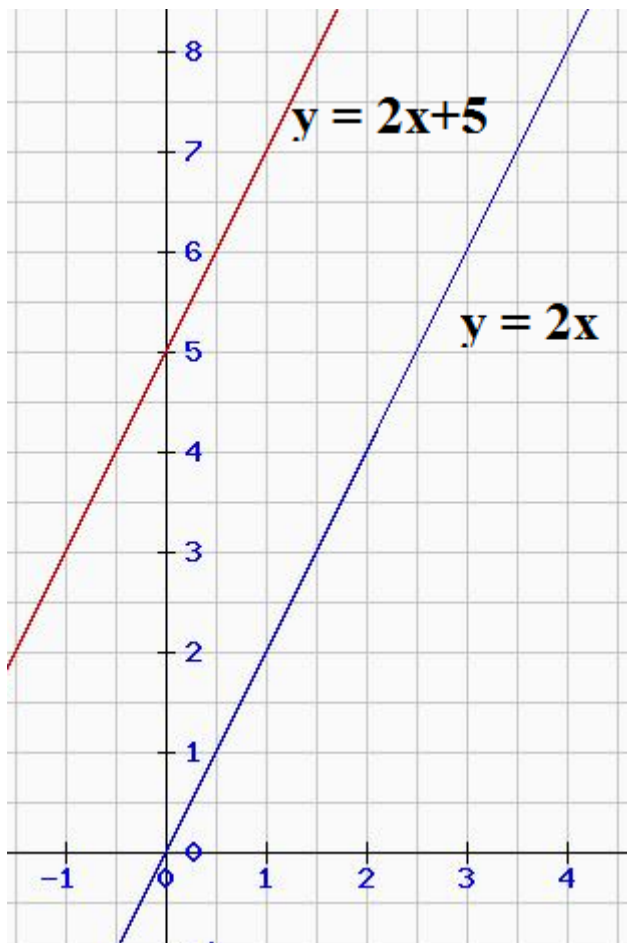
$$x = 13$$

Also 13 km weit.

Wertetabelle für $x = 0, 1, \dots, 8$:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	5	7	9	11	13	15	17	19	21

Wir haben nun die Gerade aus dem Beispiel zuvor ($y = 2x$) und die Gerade aus diesem Beispiel ($y = 2x + 5$) in ein Koordinatensystem eingezeichnet:



Beide Geraden haben dieselbe Steigung 2. Damit sind sie parallel. Die Gerade $y = 2x + 5$ beginnt bei 5 auf der y-Achse (allgemein würde die Geraden $y = mx + b$ bei b auf der y-Achse beginnen). Dies sieht man, wenn man $x = 0$ setzt. Dann ist $y = 5$ und wir erhalten den Punkt $(0|5)$.

Allgemein gilt:

$$y = mx + b$$

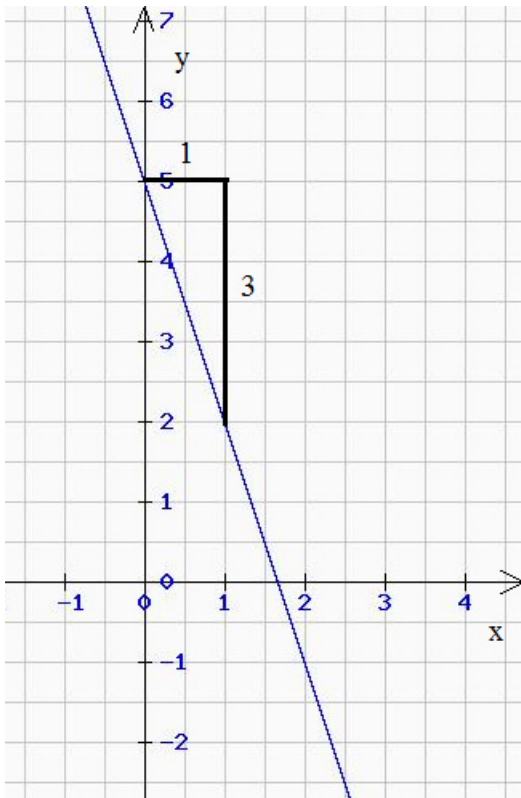
m = Steigung (um diesen Wert wird y erhöht (gesucht), wenn man x um 1 erhöht)

b = Schnittstelle auf der y -Achse oder auch y -Achsenabschnitt genannt.

Wenn m negativ ist, dann fällt die Gerade.

Beispiel:

$$y = -3x + 5$$



Hier wurde die Gerade mit einem Steigungsdreieck eingezeichnet. Man beginnt bei 5 (y -Achsenabschnitt $b = 5$) auf der y -Achse und wenn man von da aus 1 nach rechts geht, geht man 3 nach unten (Steigung $m = -3$).

Weitere Themen zu Geraden sind:

⇒ Geraden einzeichnen

⇒ Geradengleichung an Graph ablesen

⇒ Nullstellen bzw. Schnittpunkte von der Achse

⇒ Schnittpunkt zweier Geraden

Siehe hierzu folgende Seiten:

<http://mathe-total.de/Graphen/Geraden/Geraden.php>

<http://mathe-total.de/Test-Geraden/>

<http://mathe-total.de/Mittelstufe-Aufgaben/Geraden.pdf>

<http://mathe-total.de/new-MS/Geraden.pdf>

<http://mathe-total.de/Test-Geraden-2P/>

<http://mathe-total.de/Mathetest-Gleichung/>