

## Prozentrechnung

Wir beginnen mit einem **Beispiel**:

Nehmen wir mal an, ein Handy kostet 200€ und es gibt 5% Rabatt (Preisnachlass), wie groß ist dann der Rabatt in Euro und wie viel kostet dann das Handy?

Wenn 200€ der Grundwert ist, dann entsprechen 200€ genau 100%. Nun wollen wir wissen, wie viel dann 5% sind. Teilt man 200€ durch 100, dann ergibt sich 2€. 2€ sind dann 1%. Als letztes müssen wir nur noch 2€ mal 5 nehmen, denn wir möchten ja wissen, wie viel 5% sind. Es ergibt sich 10€. Damit gibt es einen Nachlass von 10€ und wir müssten 200€ - 10€ = 190€ bezahlen.

Wollte wir direkt wissen, wie viel bezahlt werden muss, dann hätten wir auch 95% berechnen können, denn wir müssen prozentual  $100\% - 5\% = 95\%$  bezahlen.

Wir können nun eine Formel für die Berechnung des Prozentwertes aufstellen:

In der Formel ist G der Grundwert (im Beispiel waren dies 200€), p der Prozentsatz (im Beispiel waren dies 5%) und P ist der Prozentwert (der im Beispiel gesucht war).

Die Formel lautet:

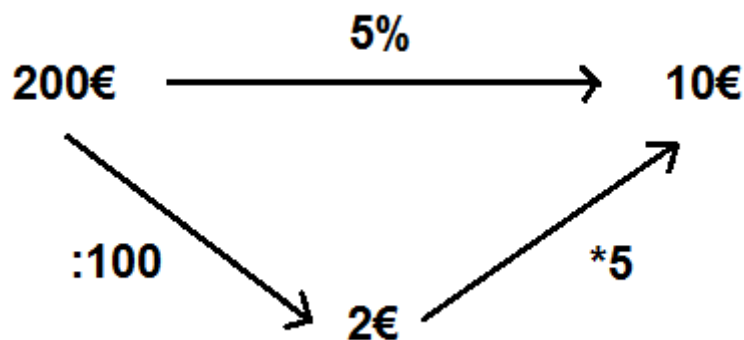
$$P = G \cdot \frac{p}{100\%}$$

Im Beispiel angewendet:

$$P = 200\text{€} \cdot \frac{5\%}{100\%} = 10\text{€}$$

Hier konnte man mit 100 kürzen. Möchte man schnell mit dem Taschenrechner 5% von 200€ berechnen, dann könnte man auch einfach  $200 \cdot 0,05$  eingeben (denn  $5/100 = 0,05$ ).

Die obige Rechnung kann man auch mit einem Pfeildiagramm veranschaulichen:



Oder mit einer Tabelle, wie beim Dreisatz bzw. wie bei proportionalen Zuordnungen:

Beträge	Prozentsätze
<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <span style="margin-right: 10px;">:100</span> <span style="font-size: 2em;">}</span> <span style="margin-left: 10px;">200€</span> </div> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin-top: 10px;"> <span style="margin-right: 10px;">↓</span> <span style="font-size: 2em;">}</span> <span style="margin-left: 10px;">2€</span> </div> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin-top: 10px;"> <span style="margin-right: 10px;">*5</span> <span style="font-size: 2em;">}</span> <span style="margin-left: 10px;">10€</span> </div>	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <span style="margin-right: 10px;">100%</span> <span style="font-size: 2em;">}</span> <span style="margin-left: 10px;">:100</span> </div> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin-top: 10px;"> <span style="margin-right: 10px;">1%</span> <span style="font-size: 2em;">}</span> <span style="margin-left: 10px;">↓</span> </div> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin-top: 10px;"> <span style="margin-right: 10px;">5%</span> <span style="font-size: 2em;">}</span> <span style="margin-left: 10px;">*5</span> </div>

Es gibt nun drei mögliche Aufgaben. Wir haben bereits den Prozentwert berechnet, es könnte aber auch der Grundwert oder der Prozentsatz gesucht sein.

### Beispiel:

Jenny bekommt 4% Zinsen (pro Jahr) bei einer Bank. Wie viel Geld muss sie für 1 Jahr anlegen, damit sie 200€ an Zinsen bekommt?

Die Rechnung geht wie im vorherigen Beispiel, nur dass wir praktisch zurück rechnen müssen. Dieses mal ist der Prozentsatz (4%) und der Prozentwert (200€) gegeben. Wenn 200€ 4% entsprechen, dann muss man 200€ durch 4 teilen um zu wissen, wie viel 1% sind, nämlich 50€. Nun müssen wir nur noch den Wert für 100% berechnen und 50€ mit 100 multiplizieren, was 5000€ ergibt. Somit müsste sie 5000€ anlegen.

Kommen wir zur Formel. Dazu müssen wir nur die Formel

$$P = G \cdot \frac{p}{100\%}$$

umformen:

$$P = G \cdot \frac{p}{100\%} \quad | \cdot 100\%$$

$$P \cdot 100\% = G \cdot p \quad | : p$$

$$\frac{P \cdot 100\%}{p} = G \quad \text{bzw.} \quad G = 100\% \cdot \frac{P}{p}$$

Im Beispiel angewendet:

$$G = 100\% \cdot \frac{200\text{€}}{4\%} = 5000\text{€}$$

Beim letzten Fall ist der Prozentsatz gesucht.

**Beispiel:**

Laura hatte 3000€ für 1 Jahr angelegt und erhält dafür 120€ Zinsen. Wie viel Prozent Zinsen hat sie bekommen?

Nun muss man sich vorstellen, dass der Prozentsatz angibt, wie groß der Anteil von 120€ an 3000€ ist, wobei man diesen Anteil mit 100 multipliziert, da man sich auf 100 bezieht (100% entspricht G). Aus diesem Grund wird folgende Rechnung durchgeführt:

$$\frac{120}{3000} \cdot 100 = \frac{120 \cdot 100}{3000} = 4$$

Hier könnte man auch sehr gut kürzen. Es ergeben sich 4%.

Wir stellen die erste Formel um und leiten die Formel her:

$$P = G \cdot \frac{p}{100\%} \quad | \cdot 100\%$$

$$P \cdot 100\% = G \cdot p \quad | : G$$

$$\frac{P \cdot 100\%}{G} = p$$

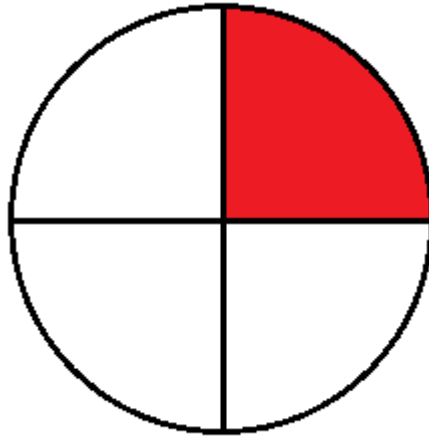
Also ist

$$p = 100\% \cdot \frac{P}{G} ,$$

was der obigen Rechnung entspricht.

Weitere **Beispiele**:

1) Wie viel Prozent des Kreises sind eingefärbt?



$P = 1$  und  $G = 4$ :

$$p = 100\% \cdot \frac{P}{G} = 100\% \cdot \frac{1}{4} = 25\%$$

2) Wie viel sind 8% von 250€?

$p = 8\%$  und  $G = 250\text{€}$

$$P = G \cdot \frac{p}{100\%} = 250\text{€} \cdot \frac{8\%}{100\%} = 20\text{€}$$

3) Tim hat bei einem Test 48 Punkte und damit 80% der Gesamtpunktzahl erreicht. Wie viele Punkte gab es insgesamt?

$P = 48$  und  $p = 80\%$ :

$$G = 100\% \cdot \frac{48}{80\%} = \frac{100 \cdot 48}{80} = 60, \text{ womit es insgesamt 60 Punkte gab.}$$

4) Bei dieser Aufgabe muss man aufpassen: Nach einer Preiserhöhung von 5% kostet ein Auto 21000€ Wie viel hat es zuvor gekostet?

Hier entsprechen die 21000€ nicht 100%, da es der Preis nach der Erhöhung ist. 21000€ entsprechen somit  $100\% + 5\% = 105\%$ .

Somit ist  $p = 105\%$  und  $P = 21000\text{€}$  (hier ausnahmsweise größer als  $G$ ) und  $G$  ist gesucht:

$$G = 100\% \cdot \frac{21000\text{€}}{105\%} = 20000\text{€}$$

Somit hat es vor der Preiserhöhung 20000€ gekostet.

Auf diese Art und Weise muss man auch rechnen, wenn der Preis inklusive Mehrwertsteuer gegeben ist und man den Preis ohne Mehrwertsteuer berechnen möchte.

### Weitere Aufgaben:

- 1) Wie viel sind 5% von 350€?
- 2) In einem Jogurt sind 20% Fett. Wie viel Gramm des Joghurts kann man essen, wenn man höchstens 40g Fett essen darf?
- 3) In 250ml eines Getränkes sind 100ml Saft enthalten, wie viel Prozent sind dies?
- 4) Ein Auto kostet 18.000€ Der Preis soll um 6% gesenkt werden. Wie viel kostet das Auto nach der Preissenkung?
- 5) Wenn man 500€ zu 2,5% ein Jahr bei einer Bank anlegt, wie viel Zinsen bekommt man dann?
- 6) Justin hatte auf seinem Konto 1 Jahr lang 2500€ und bekam 50€ Zinsen. Jenny hatte für dieselbe Zeit für 5200€ bei einer anderen Bank 130€ Zinsen bekommen. Welche Bank zahlt (prozentual) mehr Zinsen?
- 7) Spezialaufgabe: Mit 19% Mehrwertsteuer kostet ein Laptop 476€ Wie viel kostet dieser ohne Mehrwertsteuer?
- 8) Spezialaufgabe: Wenn man 5000€ mit 4% pro Jahr Zinsen für 3 Monate anlegen würde, wie viel Euro würde man dann an Zinsen erhalten?

### Lösungen:

- 1) 5% von 350€ sind  $350\text{€} \cdot 5/100 = 17,50\text{€}$
- 2) Man darf  $40\text{g} \cdot 100/20 = 200\text{g}$  essen.
- 3) Es sind  $100/250 \cdot 100\% = 40\%$  Saft enthalten.
- 4) Entweder man berechnet erst die Reduzierung ( $18000\text{€} \cdot 6/100 = 1080\text{€}$ ) und subtrahiert diese vom alten Preis:  $18000\text{€} - 1080\text{€} = 16920\text{€}$  Oder man berechnet  $100\% - 6\% = 94\%$  von 18000€  $18000\text{€} \cdot 94/100 = 16920\text{€}$  Somit beträgt der Preis nach der Preissenkung 16920€
- 5) Man bekommt  $500\text{€} \cdot 2,5/100 = 12,5\text{€}$  Zinsen.

6) Zinsen von Justin in Prozent:  $50/2500 \cdot 100\% = 2\%$ .

Zinsen von Jenny in Prozent:  $130/5200 \cdot 100\% = 2,5\%$ .

Die Bank von Jenny hat (prozentual) mehr Zinsen bezahlt.

7) 476€ entsprechen somit  $100\% + 19\% = 119\%$ . Der Preis ohne Mehrwertsteuer entspricht 100%. Der Preis ohne Mehrwertsteuer beträgt dann  $476\text{€} \cdot 100/119 = 400\text{€}$

8) Für ein Jahr würde es  $5000\text{€} \cdot 4/100 = 200\text{€}$  Zinsen geben. Da das Geld aber nur 3 von 12 Monaten angelegt wurde, werden  $200\text{€} \cdot 3/12 = 50\text{€}$  an Zinsen gezahlt.

### Formel zur Aufgabe 8:

$$Z = K \cdot p/100\% \cdot m/12$$

Z = Zinsen, K = Kapital (Geld das angelegt wird), p = Zinssatz pro Jahr.

Wenn man K für t Tage anlegt, dann gilt:

$$Z = K \cdot p/100\% \cdot t/360$$

Banken kalkulieren mit 360 Tagen pro Jahr.