

## Proportionale und antiproportionale Zuordnungen

Proportionale und antiproportionale Zuordnungen findet man in vielen Bereichen des täglichen Lebens. Zum Beispiel beim Tanken oder beim Einkaufen.

Bei proportionalen Zuordnungen gilt „je mehr - desto mehr“. Wenn beispielsweise 1 Liter Benzin 1,50€ kostet, dann kosten 2 Liter Benzin 3,00€, also je mehr Liter man tankt, umso mehr muss man bezahlen und umgekehrt, bzw. genauer: Für die doppelte Menge muss der doppelte Preis gezahlt werden. Oder, wenn jemand für 5 Minuten telefonieren 2€ bezahlt, dann muss er für 10 Minuten telefonieren 4€ bezahlen (doppelte Zeit → doppelter Preis).

Bei antiproportionalen Zuordnungen gilt, „je mehr - desto weniger“ und umgedreht. Antiproportionale Zuordnungen findet man immer dort, wo eine feste Menge aufgeteilt werden soll. Wenn beispielsweise eine Klasse einen Bus mieten möchte, der 100€ kostet. Fahren 20 Personen mit, dann muss jede Person 5€ bezahlen. Wenn aber nur 10 Personen mitfahren, dann muss jede Person 10€ bezahlen, also bei halber Personenzahl muss der doppelte Preis bezahlt werden. Oder wenn eine bestimmte Menge Futter für 10 Pferde 20 Tage reicht, dann reicht diese Menge für 20 Pferde nur noch 10 Tage (doppelte Anzahl Pferde → Vorrat reicht für halbe Zeit).

Wir beginnen mit Beispielen für proportionale Zuordnungen.

1) 30 Liter kosten 90€. Wie viel kosten 50 Liter?

Hier kann man, wie es an der unteren Tabelle zu sehen ist, zunächst berechnen, was ein Liter kostet, indem man den Preis durch die Anzahl der Liter teilt. Danach kann man berechnen, wie viel 50 Liter kosten, indem der Preis für einen Liter mit 50 multipliziert wird. Hier ergeben sich 150€.

<b>Menge (l)</b>	<b>Preis (€)</b>
30	90
1	3
50	150

**:30**

↘

↘

**:30**

↘

↘

**\*50**

↘

↘

**\*50**

↘

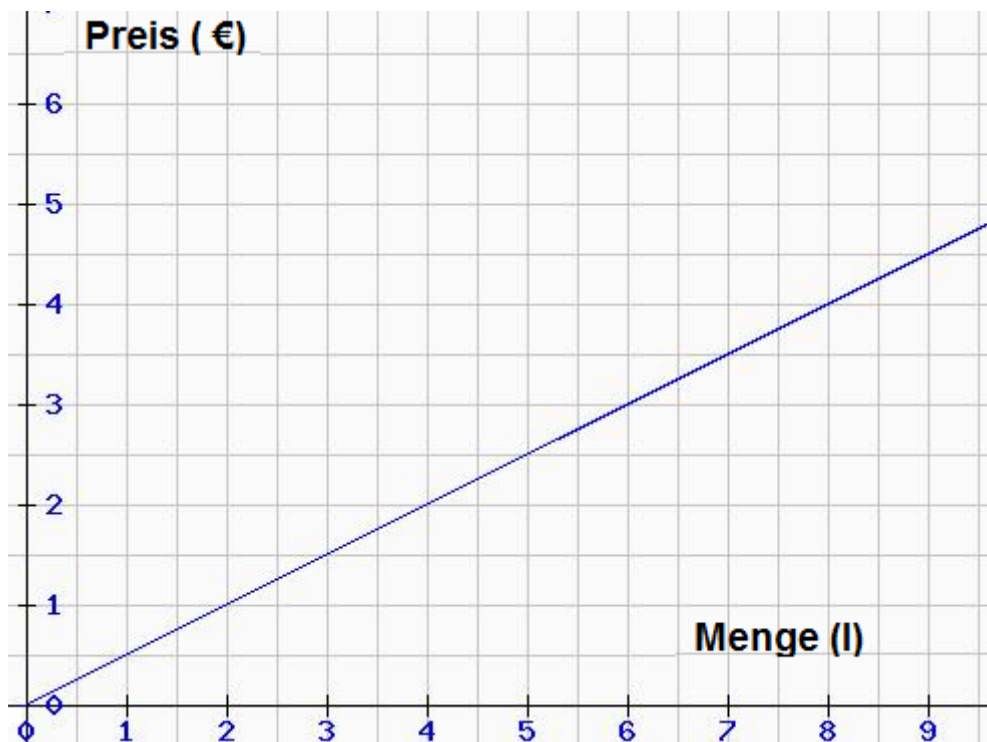
↘

Man muss nun aber nicht unbedingt berechnen, was ein Liter kostet, man könnte auch eine möglichst große Zahl suchen, die in 30 und 50 passt, nämlich die Zahl 10:

	Menge (l)	Preis (€)	
	30	90	
:3	↓	↓	:3
	10	30	
*5	↓	↓	*5
	50	150	

Bei proportionalen Zuordnungen ist immer der Quotient konstant:  $90/30 = 3$ ,  $30/10 = 3$  und  $150/50 = 3$ .

2) Proportionale Zuordnungen kann man graphisch darstellen. Hier ergibt sich eine Gerade, die durch den Ursprung geht. **Beispiel:** Ein Liter einer Flüssigkeit kostet 0,50€:



An der Grafik kann man ablesen, wie viel 5 Liter kosten: 2,50€. Oder wie viele Liter man für 4€ bekommt: 8 Liter. Die Steigung der Geraden ergibt sich über das Verhältnis Preis zu Liter:  $4/8 = 0,5$  (hier ohne Einheiten).

Kommen wir nun zu antiproportionalen Zuordnungen.

1) Das Futter reicht für 10 Pferde 30 Tage. Wie lange reicht es dann für 6 Pferde?

Wenn man erst berechnet, wie lange es für ein Pferd reicht, dann kann man die Anzahl der Tage mit 10 multiplizieren, denn für ein Pferde reicht das Futter 10 mal so lange wie für 10 Pferde.

Für 6 Pferde reicht es dann 50 Tage (1/6 der Zeit, wie es für ein Pferd reicht, da es nun 6-mal so viele Pferde sind; siehe Tabelle unten).

	Pferde		Tage	
:10	10		30	*10
	1		300	:6
*6	6		50	

Man hätte hier auch als Zwischenschritt die Zeit ausrechnen können, wie lange das Futter für 2 Pferde reicht, da die 2 der größte Teiler von 10 und 6 ist.

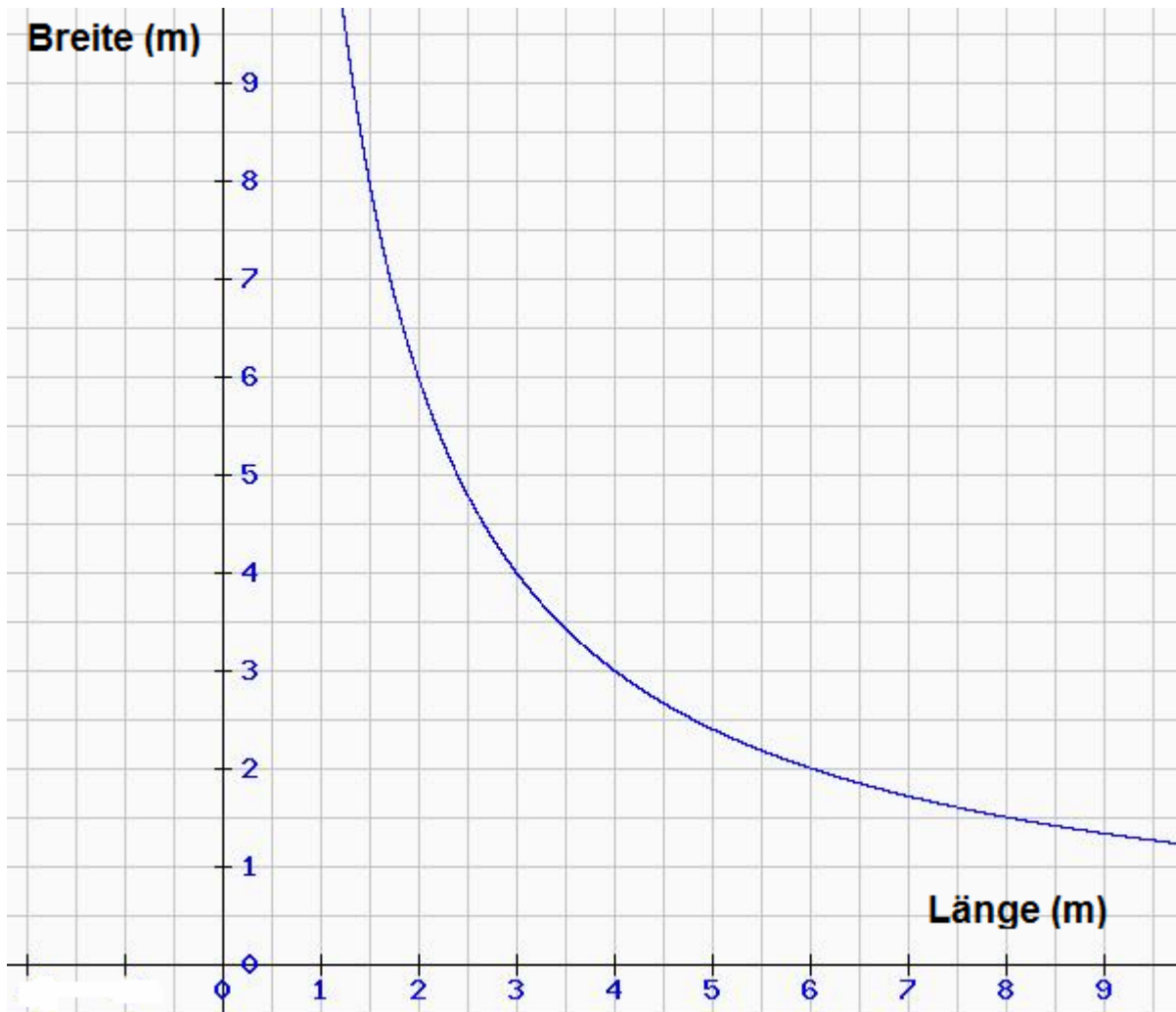
Bei antiproportionalen Zuordnungen ist immer das Produkt konstant:

$$10 \cdot 30 = 300, \quad 1 \cdot 300 = 300 \quad \text{und} \quad 6 \cdot 50 = 300.$$

2) Stellt man eine antiproportionale Zuordnung graphisch dar, dann ergibt sich eine so genannte Hyperbel (siehe nächste Grafik). Wir nehmen mal das Beispiel, dass ein Rechteck die Fläche  $12\text{m}^2$  haben sollte. Dann muss immer für die Länge  $a$  und die Breite  $b$  des Rechtecks  $a \cdot b = 12\text{m}^2$  gelten.

Je länger  $a$  wird, umso kürzer wird  $b$  und umgekehrt. Das Rechteck kann 1m breit und 12m lang sein, oder 12m breit und 1m lang, oder 2m breit und 6m lang. Man findet beliebig viele Kombinationen. Unten wurde auf der x-Achse die Länge und auf der y-Achse die Breite aufgetragen.

An der Grafik kann man nun zu jeder Breite eine Länge ablesen, so dass die Fläche  $12\text{m}^2$  beträgt (und auch umgekehrt zu jeder Breit eine passende Länge).



**Aufgaben:**

- 1) 30 Liter kosten 45€. Wie viel kosten 50 Liter und wie viel 8 Liter? Wie viele Liter bekommt man für 9€?
- 2) Um einen Teich auszupumpen benötigen 3 Pumpen 200 Minuten. Wie lange benötigen dann 4 Pumpen?
- 3) Für 40km benötigt Annika 3 Stunden. Wie lange benötigt sie für 50km?
- 4) 5 Hamburger kosten 15€. Wie viele Hamburger bekommt man für 27€?
- 5) Bei der letzten Expedition reichte der Proviant für 4 Personen 12 Tage. Dieses Mal sollen 2 Personen mehr mitkommen, wie lange kann die Expedition dauern?

**Lösungen:**

- 1) 50 Liter kosten 75€ und 8 Liter kosten 12€. Für 9€ bekommt man 6 Liter.
- 2) 4 Pumpen benötigen 150 Minuten.

- 3) Für 50km benötigt sie 3,75 Stunden oder 3 Stunden und 45 Minuten.
- 4) Für 27€ bekommt man 9 Hamburger.
- 5) Mit 6 Personen kann die Expedition 8 Tage dauern, wenn alle gleich viel Essen.