4) Gesucht wird eine Fläche, die über dem Intervall I = [-2; 2] von den Graphen von $f(x) = -x^2 + 25/4$ und $g(x) = -x^2 + 4$ eingeschlossen wird und über den Intervallen $I_1 = [-5/2; -2]$ und $I_2 = [2; 5/2]$ von dem Graph von f und der x-Achse.

$A_1 = \int_{-5/2}^{-2} f(x)dx = \int_{-5/2}^{-2}(-x^2 + 25/4)dx = [\,-1/3\cdot x^3 + 25/4\cdot x\ \,]_{-5/2}^{-2}$
$= -1/3\cdot(-2)^3 + 25/4\cdot(-2) - (-1/3\cdot(-5/2)^3 + 25/4\cdot(-5/2))$
$= 7/12$ (FE)

NR: $f(x) - g(x) = -x^2 + 25/4 - (-x^2 + 4) = 9/4$

$A_2 = \int_{-2}^{2}(f(x) - g(x))dx = \int_{-2}^{2} 9/4dx = [\,9/4\cdot x]_{-2}^{2} = 9/4\cdot 2 - (9/4\cdot(-2)) = 9$ (FE)

$A_3 = A_1 = \int_{2}^{5/2} f(x)dx = \int_{2}^{5/2}(-x^2 + 25/4)dx = [\,-1/3\cdot x^3 + 25/4\cdot x\ \,]_{2}^{5/2}$

$= -1/3\cdot(5/2)^3 + 25/4\cdot 5/2 - (-1/3\cdot 2^3 + 25/4\cdot 2)$

$= 7/12$ (FE)

$A = A1 + A2 + A3 = 61/6$ (FE) $\approx 10{,}17$ (FE)

Einfachere Lösung:
Wir berechnen die Fläche, die der Graph von f über dem Intervall [-5/2; 5/2] einschließt und dann die Fläche, die der Graph von g über dem Intervall von [-2; 2] einschließt. Die Differenz der beiden Flächen ist die gesucht Fläche:

$A_f = \int_{-5/2}^{5/2} f(x)dx = \int_{-5/2}^{5/2}(-x^2 + 25/4)dx = [\,-1/3\cdot x^3 + 25/4\cdot x\ \,]_{-5/2}^{5/2}$
$= -1/3\cdot(5/2)^3 + 25/4\cdot 5/2 - (-1/3\cdot(-5/2)^3 + 25/4\cdot(-5/2))$
$= 125/6$ (FE)

$A_g = \int_{-2}^{2} g(x)dx = \int_{-2}^{2}(-x^2 + 4)dx = [\,-1/3\cdot x^3 + 4\cdot x\ \,]_{-2}^{2}$
$= -1/3\cdot 2^3 + 4\cdot 2 - (-1/3\cdot(-2)^3 + 25/4\cdot(-2))$
$= 32/3$ (FE)

$A = A_f - A_g = 61/6$ (FE)

Theoretisch hätten wir auch (wegen der Symmetrie zur y-Achse)

$$A = 2\cdot\int_0^{\frac{5}{2}} f(x)dx - 2\cdot\int_0^2 g(x)dx$$

berechnen können.